

## PRAVDĚPODOBNOSTNÍ ANALÝZA VLIVU VSTUPNÍCH PARAMETRŮ NA MODELOVÁNÍ DEFORMACÍ TUNELU MRÁZOVKA

### PROBABILITY ANALYSIS OF THE EFFECT OF INPUT PARAMETERS ON THE MRÁZOVKA TUNNEL DEFORMATIONS MODELLING

Prof. Ing. JIŘÍ BARTÁK, DrSc., Dr. Ing. JAN PRUŠKA, ČVUT FSV  
Ing. MATOUŠ HILAR, MSc., Phd.

#### RESUMÉ

V příspěvku jsou shrnuty používané metody statistické analýzy vlivu vstupních parametrů při modelování podzemních staveb (Monte Carlo, bodové odhady momentů pravděpodobnosti, výběr vrstev, latinské hyperkrychle, fuzzy technika) a zmíněny nepřesnosti v modelování geotechnických úloh. V aplikační části článku je ukázána statistická analýza vstupních dat metodou latinských hyperkrychlí a její výsledky při numerickém modelování deformací tunelu Mrázovka v km 5,160 západní tunelové trouby.

#### ÚVOD

Chování geomechanického modelu a výstupy řešení jsou zásadním způsobem ovlivněny hodnotami vstupních parametrů. Parametry použitých konstrukčních prvků je možné stanovit poměrně přesně, hlavním problémem je určení pevnostních a deformačních vlastností horninového masivu. V provedených studiích byly výsledné deformace tunelového nadloží vypočteny jako funkce pěti náhodných parametrů, které zahrnují nepřesnosti vstupních charakteristik horninového masivu. K statistickému vyhodnocení výsledných deformací se nejčastěji používá metoda Monte Carlo či metoda bodových odhadů momentů pravděpodobnosti. Tyto metody jsou však poměrně náročné na čas výpočtů v případě vyššího počtu náhodných parametrů. Hlavním cílem článku je představit jinou statistickou metodu – tzv. metodu latinských hyperkrychlí. Při použití této metody je počet běhů programu značně redukován, což při větším počtu náhodných parametrů může přinést zásadní úsporu výpočetního času.

#### NEPŘESNOSTI V MODELOVÁNÍ

Při analýze geotechnických úloh je obecně nutné rozlišit tři základní druhy nepřesností:

1. Vnitřní nepřesnost, která je způsobena náhodnými aspekty fyzikálního chování geotechnické konstrukce a horninového masivu.
2. Vnější nepřesnost, způsobená chybami ve stanovení parametrů materiálů, které vstupují do výpočtu.
3. Chyby v měření skutečných veličin, např. deformací.

Třetí druh nepřesností není ve skutečnosti důležitý při prvotním návrhu, navržená konstrukce jím nijak není zatížena; jakmile je však prováděna zpětná analýza, mohou i tyto chyby ovlivnit konečnou konstrukci. První typ nepřesností by mohl být ošetřen jako náhodný proces v průběhu vlastního výpočtu, což je dosti komplikované. Z těchto důvodů se většinou v geotechnických analýzách uvažuje nejčastěji o druhém typu nepřesností, tedy o nepřesnostech způsobených chybami ve stanovení vstupních parametrů materiálů, a to často pouze u materiálů horninového masivu, jejichž variabilita je nejpodstatnější. Počet charakteristik je závislý na použitém modelu chování masivu; např. nejrozšířenější Mohr-Coulombův model vyžaduje pět základních charakteristik ( $E_{def}, \nu, c, \varphi, \gamma$ ), které můžeme označit jako náhodné veličiny  $q_{1j}, \dots, q_{5j}$  ( $j$  je označení vrstvy horninového masivu).

#### POUŽÍVANÉ STATISTICKÉ METODY

Jestliže hodnoty parametrů  $q_{1j}, \dots, q_{5j}$  jsou specifikovány pro všechny vrstvy, deformace geotechnické konstrukce  $X(q_{ij})$  mohou být vypočítány ve formě běžné deterministické analýzy konstrukce. Nejběžnější metodou pro statistické určení  $X(q_{ij})$  je simulace založená na náhodném výběru vstupních parametrů  $q_{ij}$  dle jejich rozdělení v každé vrstvě horninového masivu  $j$  (metoda Monte Carlo). Pro každý náhodně vybraný vzorek  $q_{ij}^k$  ( $k=1,2,\dots,m$ ) je spočtena odezva  $X^k$  a poté lze vyhodnotit rozdělení  $X^k$  (na základě předpokladu, že každá odezva  $X^k$  má stejnou pravděpodobnost). Tato metoda však obecně vyžaduje větší počet výpočtů odezvy než jiné metody. Její další nevýhodou je problematické stanovení relativní důležitosti jednotlivých vstupních parametrů  $q_{ij}$ . Z tohoto důvodu je výhodnější používat metodu bodových odhadů momentů

#### RESUME

This paper gives a summary of methods of statistical analysis of the impact of input parameters used in modelling underground structures (Monte Carlo, point estimations of probability moments, selection of layers, Latin hypercubes, fuzzy technique), and touches on inaccuracies in the process of geotechnical problems modelling. The application section of this paper contains a statistical analysis of input data, using the Latin Cubes Method, and its results in numerical modelling of the Mrázovka tunnel deformations at km 5.160 of the western tunnel tube.

#### INTRODUCTION

Behaviour of a geotechnical model, and outputs of its solution are crucially affected by values of input parameters. Parameters of structural elements applied can be determined in a relatively exact manner. The main problem is in determination of rock mass strength and deformation properties. For the studies carried out, resultant deformations of the tunnel cover were computed as a function of five random parameters, covering the inaccuracies in input characteristics of the rock mass. The Monte Carlo method or the method of point estimations of probability moments is used most often. Although, those methods are relatively time consuming in terms of the calculations in a case of a higher number of random parameters. The main aim of this paper is to introduce another statistical method, so called Latin Hypercubes Method. Application of this method reduces the number of the program runs considerably, which fact may mean radical savings in the time of computation in case of higher number of random parameters.

#### INACCURACIES IN MODELLING

Three basic sorts of inaccuracies have to be distinguished in the analysis of geotechnical problems:

1. Internal inaccuracy due to random aspects of physical behaviour of a geotechnical structure and rock mass.
2. External inaccuracy due to errors in determination of parameters of materials, which enter the computation.
3. Errors in measurement of actual values, e.g. deformations.

The third sort of inaccuracies is not, as a matter of fact, important in the phase of an initial proposal since the inaccuracy does not affect the proposed structure at all. However, those errors may affect the final structure in the course of the back analysis. The first sort of inaccuracies could be treated as a random process during the computation proper, but this is rather complicated. For that reason, the second sort of inaccuracies, i.e. the inaccuracies due to the errors in determination of input parameters of materials, is mostly considered in geotechnical analyses, frequently of rock mass materials only as their variability is essential. The number of characteristics depends on the mass behaviour model utilised. For example Mohr-Coulomb model requires five basic characteristics ( $E_{def}, \nu, c, \varphi, \gamma$ ), which can be denoted as random quantities  $q_{1j}, \dots, q_{5j}$  ( $j$  is denotation of a rock mass layer).

#### STATISTICAL METHODS APPLIED

If the values of the parameters  $q_{1j}, \dots, q_{5j}$  are specified for all layers, the deformations of a geotechnical structure  $X(q_{ij})$  can be computed in a form of a general deterministic analysis of a structure. The most usual method of statistical determination of  $X(q_{ij})$  is a simulation based on random sampling of input parameters  $q_{ij}$  according to their distribution within each rock mass layer  $j$  (the Monte Carlo method). Response  $X^k$  is calculated for each randomly selected sample  $q_{ij}^k$  ( $k=1,2,\dots,m$ ), then the  $X^k$  distribution can be evaluated (based on an assumption that the probability of each response  $X^k$  is identical). Although, this method generally requires a larger number of the response calculations than other methods. Another disadvantage is the objectionable determination of relative significance of individual input parameters  $q_{ij}$ . On this account, utilisation of the point estimations of probability moments method is preferable. This method requires two values (points) only,  $q_{ij} = \bar{q}_{ij} \pm s_{ij}$  (0.5 probability each), selected for each input parameter ( $\bar{q}_{ij}$  mean value,  $s_{ij}$  standard deviation of  $q_{ij}$ ). The response is identified for  $2n$  combinations of the input values. The probabilities of the identified responses are identical, therefore there is no problem simply to calculate the mean value and scatter of resultant values. In addition, there is no problem in determi-

pravděpodobnosti. Tato metoda vyžaduje pouze dvě hodnoty (body)  $q_{ij} = \bar{q}_{ij} \pm s_{ij}$  (každou s pravděpodobností 0,5), které jsou vybrány pro každý vstupní parametr ( $\bar{q}_{ij}$  střední hodnota,  $s_{ij}$  směrodatná odchylka  $q_{ij}$ ). Odezva je zjišťována pro  $2^n$  kombinací vstupních hodnot. Zjištěné odezvy mají stejnou pravděpodobnost, a proto není problém jednoduše vypočítat střední hodnotu a rozptýl výsledných hodnot. Navíc není problémem stanovení relativní důležitosti vstupních parametrů.

Odlíšnou cestou pro snížení počtu běhů programu je použití metody výběru vrstev. Tato metoda je založena na známém rozdělení vstupních parametrů  $q_{ij}$ . Rozmezí těchto parametrů je rozděleno na  $N$  intervalů  $\chi_{q_{ijh}}$  (vrstvy) se stejnou pravděpodobností a poté je provedeno  $m$  náhodných výběrů intervalů (stejně tak jako náhodných hodnot uvnitř intervalů).

Vylepšením tohoto přiblížení je metoda latinských hyperkrychlí. V této metodě je rozmezí vstupních parametrů  $q_{ij}$  rozděleno na  $N$  intervalů  $\chi_{q_{ijh}}$  ( $h=1,2,\dots,N$ ), které mají stejnou pravděpodobnost  $1/N$ . Počet intervalů  $N$  metody latinských hyperkrychlí je stanoven shodně s celkovým počtem běhů programu. Z každého intervalu je hodnota parametru vybrána pouze jednou (tj. je použita v jednom a pouze v jednom běhu programu). Jestliže je  $N$  vysoké, není nutné tuto hodnotu vybírat náhodně (dle rozdělení pravděpodobnosti uvnitř intervalu), ale je možné ji stanovit jako těžiště intervalu. Speciální forma metody latinských hyperkrychlí obsahuje následující náhodný výběr intervalů  $\chi_{q_{ijh}}$  testovaných pro jednotlivé běhy programu – pro každý náhodný parametr pro každou vrstvu může být posloupnost celých čísel, reprezentujících náhodnou permutaci čísel  $1,2,\dots,N$ , asociována s náhodnou permutací vstupních parametrů. Ke generaci těchto náhodných permutací lze využít běžnou počítačovou knihovnu. Výsledkem  $k$ -tého běhu programu je velikost deformace  $X^k$ .

Ukázalo se, že metoda latinských hyperkrychlí dává podstatně menší rozptýl odhadů než ostatní metody při stejném počtu běhů počítače  $N$ . Experimenty ukazují, že obvykle by měl stačit výběr  $N = n$  (počet běhů programu rovný počtu náhodných parametrů). Výhodou metody latinských hyperkrychlí je však to, že vstupní rozsah každého parametru je zcela pokryt, což umožňuje komplexnější představu o chování odezvy.

Na rozdíl od této metody vyžaduje metoda bodových odhadů momentů pravděpodobnosti  $2^n$  běhů, její výhodou však je poměrně jednoduché hodnocení relativní důležitosti každého parametru, což je v metodě latinských hyperkrychlí poněkud komplikovanější.

Jiný přístup pro ohodnocení vlivu vstupních parametrů je použití fuzzy techniky. Pokud budeme parametry chování horniny brát jako fuzzy (neurčité, rozmazané) hodnoty, můžeme při použití fuzzy techniky a kombinace parametrů vygenerovat čísla, která docela věrně představují proměnlivost chování horninového masivu a mohou být použita jako vstupní parametry řešení. Z důvodu, že fuzzy technika připouští jistotu „neurčitost“ zahrnutou v určení parametrů, nabízí se její použití v aplikaci na indexové klasifikace horninových masivů. Jako příklad můžeme uvést norskou klasifikaci podle indexu  $Q$ , který oceňuje kvalitu horninového masivu empirickým systémem s pěti parametry (všechny parametry jsou vyjádřeny počtem klasifikačních bodů):

- $J_n$  – počet puklinových systémů
- $J_a$  – zvětrání ploch diskontinuity či výplní
- $J_r$  – drsnost puklin
- $J_w$  – vodní tlak
- RQD – hodnocení masivu dle klasifikace RQD
- SRF – podmínky tlakového projevu horninového masivu.

$$\text{Vztah pro index } Q: \quad Q = \frac{RQD}{J_n} \cdot \frac{J_r}{J_a} \cdot \frac{J_w}{SRF}$$

Pro konkrétní aplikaci, kterou uvádí HUDSON – HARRISON (1997), paramet-

nation of relative significance of the input parameters.

Application of the method of selection of layers is a different way how to reduce the number of the program runs. This method is based on a known distribution of input parameters  $q_{ij}$ . The range of those parameters is divided into  $N$  intervals  $\chi_{q_{ijh}}$  (layers) with identical probability, then  $m$  random samples of intervals are selected (and random samples inside the intervals as well).

The Latin hypercubes method is an upgrade of this approximation. In this method, the range of input parameters  $q_{ij}$  is divided into  $N$  intervals  $\chi_{q_{ijh}}$  ( $h=1,2,\dots,N$ ), having identical probability of  $1/N$ . The number  $N$  of the intervals at the Latin hypercubes method is determined identically with the overall number of the program runs. A parameter value is selected from each interval once only (it is used in one and only one program run). If the  $N$  is high, this value does not have to be selected randomly (according to the probability distribution within the interval). It can be determined as a gravity centre of the interval.

Special form of the Latin hypercubes method contains the following random sampling of the intervals  $\chi_{q_{ijh}}$  tested for particular program runs. i.e. for each random parameter, for each layer the sequence of integer numbers representing a random permutation of numbers  $1,2,\dots,N$  can be associated with a random permutation of the input parameters. Common computer program library can be used for generation of these random permutations. The result of a  $k$ th run of the program is the magnitude of deformation  $X^k$ .

It turned out that the Latin hypercubes method provides substantially lower spread in assessments than the other methods at the same number  $N$  of computer runs. Experiments prove that usually a selection  $N=n$  (the number of the program runs identical with the number of random parameters) should be sufficient. The advantage of the Latin hypercubes method is the fact that the entry range of each parameter is fully covered. This makes creation of a more complex idea of the response behaviour possible.

In contrast to this method, the method of point estimations of probability moments requires  $2^n$  runs. Although, its advantage is comparatively simple assessment of the relative significance of each parameter, which is a little bit more difficult at the Latin hypercubes method.

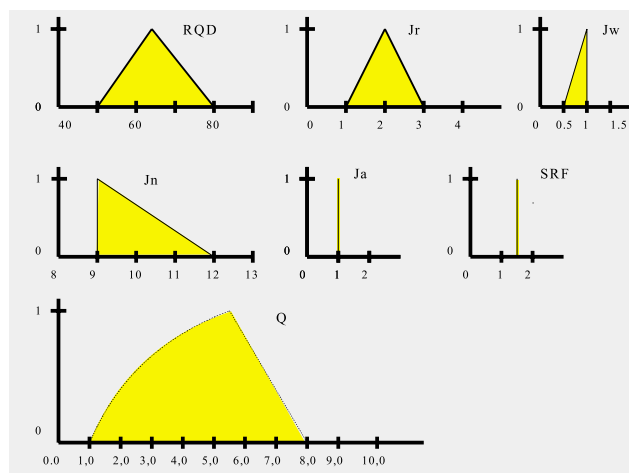
Another attitude towards the assessment of the effect of the input parameters consists in application of the fuzzy technique. If we consider the rock mass parameters to be fuzzy values, we can use the fuzzy technique and a combination of the parameters to generate figures, which represent the rock mass variability quite truly, and can be used as input parameters of the solution. Because of the fact that the fuzzy technique allows certain vagueness in the parameters determination, the idea of its application suggests itself in the field of rock mass index classification. As an example, we can mention Norwegian classification according to the  $Q$  index, which assesses the rock mass quality by means of an empirical system comprising five parameters (all the parameters are defined by a number of classification points):

- $J_n$  – number of joint systems
- $J_a$  – weathering of discontinuity planes or filling
- $J_r$  – joints roughness
- $J_w$  – water pressure
- RQD – rock mass assessment according to the RQD classification
- SRF

Relationship for the index  $Q$ :

$$Q = \frac{RQD}{J_n} \cdot \frac{J_r}{J_a} \cdot \frac{J_w}{SRF}$$

For the specific application referred to by HUDSON – HARRISON (1997), the RQD and  $J_r$  parameters fluctuate within certain range, the  $J_w$  parameter mostly assumes its maximum value, and similarly the  $J_n$  parameter assumes its minimum value. Remaining two parameters SRF and  $J_a$  can assume one value only (they are considered to be constants). We apply the fuzzy technique on the basic relationship for determination of the  $Q$  index (Fig. 1). The result will be a fuzzy classification value (in the case of our example the value of 5.8, which originated by means of a combination of individual parameters), and a probability distribution of remaining values. It follows from the non-linear distribution (convex shape) that the  $Q$  index will probably assume values less than 5.8, which fact signals an increase in the probabili-



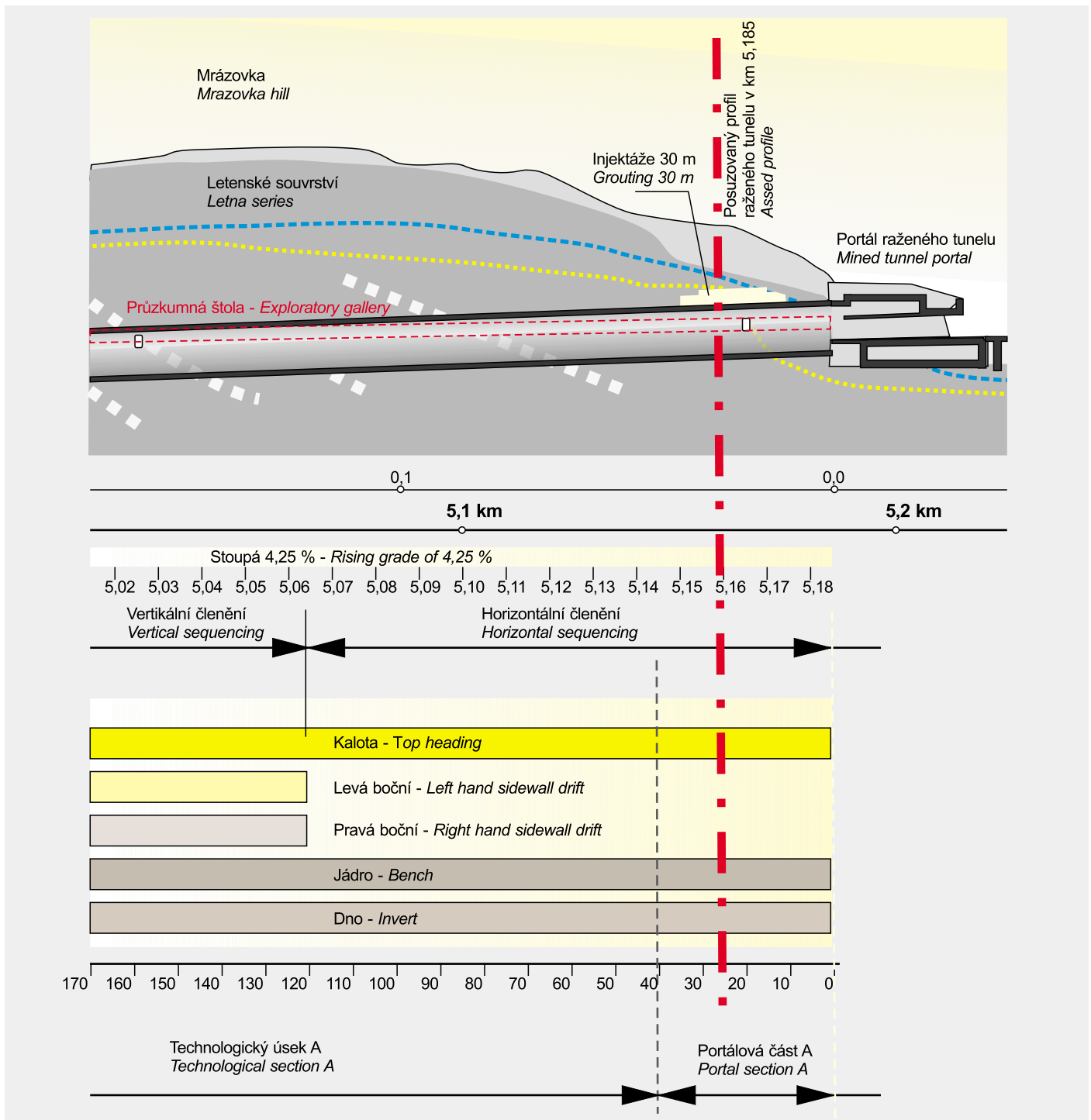
Obr. 1 Užití fuzzy techniky při určení indexu  $Q$  (dle HUDSON-HARRISON, 1997)  
Fig. 1 Application of the fuzzy technique in assessment of the  $Q$  index  
(by HUDSON-HARRISON, 1997)

ry RQD a  $J_r$  kolísají v určitém rozsahu, parametr  $J_w$  většinou nabývá své maximální hodnoty a podobně parametr  $J_p$  své minimální hodnoty, zbývající dva parametry SRF a  $J_a$  mohou nabývat jen jedné hodnoty (považují se za konstantu). Na základní vztah pro určení indexu Q aplikujeme fuzzy techniku (obr. 1) a výsledkem bude fuzzy klasifikační hodnota (v našem příkladě hodnota 5,8, která vznikla kombinací jednotlivých parametrů) a pravděpodobnostní rozdělení zbylých hodnot. Z nelineárního rozdělení (konvexní tvar) vyplývá, že index Q bude pravděpodobně nabývat hodnoty menší než 5,8, což signalizuje zvětšení pravděpodobnosti, že podmínky v horninovém masivu budou horší, než by se dalo usuzovat na základě samostatné hodnoty indexu Q.

ty that the conditions in the rock mass will be worse than it could be expected on the basis of an isolated value of the Q index.

#### APPLICATION OF THE LATIN HYPERCUBES ON THE MRAZOVKA TUNNEL

The excavation of the western tube of the Mrazovka tunnel started towards the end of the year 1999, from the northern portal, towards the south (Fig.2). The western tunnel tube was driven in very difficult geological conditions, mostly in heavily fractured mass of Ordovician clayey and clayey-silty shales, locally replaced by hard quartziferous shales and quartzites. Horizontal face division was designed (top heading-side wall areas-invert). This generally represents a rather simple sequential excavation with primary support by vault, side walls lining and invert. As we know today, this procedure was applied within an about 120m long section from the northern portal only, just under Mrazovka Hill, with not too much good results.



Obr. 2 Podélný řez tunelem Mrázovka v oblasti severního portálu  
Fig. 2 Longitudinal section through the Mrazovka tunnel, in the North portal area

## APLIKACE METODY LATINSKÝCH HYPERKRYCHLÍ NA TUNEL MRÁZOVKA

Ražba západní trouby tunelu Mrázovka započala ke konci roku 1999 od severního portálu směrem k jihu (obr. 2). Západní tunel byl ražen ve velmi obtížných geologických poměrech, převážně v silně porušeném masivu ordovických jílovitých a jílovito-prachovitých břidlic, místy vystřídáných tvrdými prokřemenělými břidlicemi a křemenci.

Členění čelby bylo navrženo horizontální (kalota-jádro-dno), což obecně znamená poměrně jednoduchou postupnou ražbu s primárním vystrojováním horní klenbou, opěrovými částmi ostění a spodní klenbou. Jak je již dnes známo, byl tento postup ražby aplikován pouze v úseku délky asi 120 m od severního portálu přímo pod vrchem Mrázovka, a to s nepříliš dobrými výsledky.

V posuzovaném profilu km 5,160 (viz. obr. 2) nebyl sice přímo zpracován statický výpočet, nechalo se však důvodně předpokládat, že deformace ostění a horninového masivu nebudou v žádném případě horší, než vykázaly výsledky stanovené několika alternativami matematických modelů, provedenými renomovanými odborníky (s jejich vlastním uvážením vstupních parametrů a specifických předpokladů výpočtu) pro velmi nepříznivý a obávaný profil pod Ostrovského ulicí v km 4,850. V tomto profilu byly osmi matematickými modely deformace terénu výpočtem stanoveny v rozmezí 42 až 115 mm, průměrná hodnota činila 68,5 mm.

Projektant správně na základě provedených rozborů navrhl řadu antipoklesových opatření pro tunelování pomocí NRTM (sanační injecktáže, jehlování, mikropilotové „deštníky“, mikropiloty pod patou kaloty, výjimečné kompenzační injecktáž). Kombinací těchto opatření dle konkrétních podmínek ražby měla být zajištěna limitní deformace povrchu území ve velikosti 60 mm. Brzy po začátku ražby ze severu s horizontálním členěním se začaly v obtížných geologických poměrech (řada za sebou probíhajících tektonických poruch, v nichž bylo realizováno několik podpůrných opatření včetně sanační injecktáže) projevovat nadměrné deformace primárního ostění tunelu a povrchu území nad tunelem, které překračovaly očekávané hodnoty deformací stanovené projektem. V km 5,160 se měřené poklesy terénu ustálily na hodnotě 166 mm, poklesy masivu ve vrcholu výrubu (zjištěno extenzometrickým měřením v daném profilu) na hodnotě 194 mm.

Výstupy dodatečného matematického modelování tunelu Mrázovka v km 5,160 byly prověřeny metodou latinských hyperkrychlí. K výpočtům byl použit program PLAXIS, který je založen na metodě konečných prvků. Vzhledem k ražbě tunelu pomocí NRTM byl vlastní výpočet rozdělen do několika fází, které vystihují průběh pobírání čelby. Prostorové chování čela výrubu a jeho vliv na deformace a napjatost masivu bylo v rovině simulováno speciálním postupem při zatěžování výrubu a ostění (tzv.  $\beta$  - metodou) – v každém stavu budování konstrukce byl nevystrojený výrub zatížen třetinou celkového zatížení, zbylé dvě třetiny byly přisouzeny ostění. Pro simulaci chování horninového masivu byl použit Mohr-Coulombův konstitutivní vztah. Intervaly vstupních parametrů horninového masivu ( $E_{def}$ ,  $\nu$ ,  $c$ ,  $\phi$ ,  $\gamma$ ) byly voleny zcela v souladu se závěry inženýrskogeologického průzkumu.

## VÝSLEDKY

Z výsledků statistické studie (tab. 1) vyplývá, že v profilu km 5,160 celkové sedání terénu mělo s pravděpodobností 95 % ležet mezi hodnotami 50 mm a 167 mm, celkové poklesy tunelového výrubu ve vrcholu klenby měly s pravděpodobností 95 % ležet mezi hodnotami 71 mm a 213 mm. Interval sedání terénu bez poklesů způsobených průzkumnou štolou je 41 až 136 mm, u stropu výrubu 65 mm až 198 mm.

Z porovnání všech výsledků (deterministické statické výpočty, měřené hodnoty, pravděpodobnostní analýza) je zřejmé, že pravděpodobnostní analýza lépe prognózuje možné deformace horninového masivu, které jsou podstatně závislé na náhodné proměnlivosti vstupních geotechnických parametrů, specifických pro použité konstitutivní vztahy matematického modelu.

Nutno konstatovat, že zvětšené deformace, provázející ražbu s horizontálně členěnou čelbou, nikde nevedly ke ztrátě stability horninového masivu, škodám na objektech v nadloží a na povrchu území. Lokální více než patnácti-centimetrové poklesy terénu v lesoparku Mrázovka nebyly prakticky vizuálně patrné a po asi 120 m ražby byly trvale sníženy vlivem přechodu na vertikální členění ražby pod přípustnou deformaci terénu 60 mm.

## ZÁVĚR

Aplikace metody latinských hyperkrychlí vycházela ze tří základních předpokladů, jejichž platnost může být diskutabilní (stejná závislost parametrů horniny na základní charakteristice jednotlivých vrstev horninového masivu, normální rozdělení pravděpodobnosti výskytu parametrů horninového masivu, normální rozdělení výpočtených deformací). V případě nezávislosti parametrů však stoupne počet náhodných proměnných, a tím také potřebný počet výpočtů (např. v případě provedených výpočtů by u jednotlivých modelů počet potřebných spuštění výpočtového programu stoupl z původních 5 na  $5^8=40$ ).

Although the static analysis had not been carried out directly for the assessed profile at km 5.160, it was possible to reasonably expect that the lining and rock mass deformations would on no account be worse than the deformations proved by the results determined by several alternatives of mathematical models carried out by renowned experts (with the input parameters and specific assumptions of the calculation adopted by their own) for very adverse and feared profile under Ostrovského Street at km 4.850. Eight mathematical models were used for this profile, resulting into the surface deformations computed within a range of 42 to 115 mm, with an average value amounting to 68.5 mm.

The design engineer correctly proposed, on the basis of the analyses carried out, a series of anti-subsidence measures for tunnelling by the NATM (saving grouting, spiles, micropile umbrellas, micropiles under the top heading footings, exceptionally compensation grouting). The limiting deformation of the area surface of 60 mm was to be ensured through a combination of those measures, depending on specific conditions of the excavation.

Soon after the beginning of the excavation from the north with the horizontal sequencing, excess deformations of the tunnel primary lining and the ground surface above the tunnel started to appear in difficult geological conditions (a series of successive tectonic faults for which several supporting measures were applied, including saving grouting), crossing the expected values of deformations set out by the design. At km 5.160, the measured subsidence of the ground surface stabilised at a value of 166 mm, the rock mass subsidence at the opening crown (determined by extensometer measurement at the given profile) at a value of 194 mm.

Outputs of the additional mathematical modelling of the Mrázovka tunnel at km 5.160 were crosschecked by the Latin hypercubes method. Computations were carried out by PLAXIS software, which is based on the finite element method. Because of the NATM tunnel excavation, the computation was divided into several phases corresponding to the face excavation phases. Spatial behaviour of the tunnel face and its effect on deformations and state of stress of the rock mass was simulated in plane by a special procedure at the excavation and the liner loading (so-called  $\beta$ -method) – the unsupported excavation in each stage of the structure development was loaded by one third of the total loading, remaining two thirds of the loading were assigned to the liner. Mohr-Coulomb constitutive relationship was used for simulation of the rock mass behaviour. Intervals of the rock mass input parameters ( $E_{def}$ ,  $\nu$ ,  $c$ ,  $\phi$ ,  $\gamma$ ) were selected in a full compliance with the conclusions of engineering and geological investigation.

## RESULTS

It follows from the results of the statistical study (Tab. 1) that there was a probability of 95% that the values of total ground surface settlement at km 5.160 would lie between 50mm and 167mm, and a probability of 95% that the values of tie settlement of the tunnel excavation at the vault crown would lie between 71mm and 213mm. The interval of the ground surface settlement, with the settlement caused by the exploration gallery excavation deduced, is 41 to 136 mm, at the excavation roof it is 65 mm to 198 mm.

It is obvious from a comparison of all results (deterministic static calculations, measured values, probabilistic analysis) that the probabilistic analysis provides better prognoses of rock mass deformations possible, which depend substantially on random variability of input geotechnical parameters specific for the applied constitutive relationships of the mathematical model. It must be stated that the increased deformations going along with the horizontally sequenced excavation have never caused a loss of rock mass stability, damage to buildings or structures at the overburden and on the ground surface. Local cases of subsidence in Mrázovka forest park exceeding fifteen centimetres were practically visually unperceivable, and they were, after about 120 m of excavation, permanently reduced under an allowable terrain deformation of 60 mm as a result of transition to the vertical excavation sequence.

## CONCLUSION

The application of the Latin hypercubes method was based on three basic assumptions, whose validity can be disputable (identical relationship between rock parameters and the basic characteristics of individual rock mass layers, normal distribution of the rock mass parameters occurrence probability, normal distribution of computed deformations). But should the rock parameters be independent, the number of random variables as well as the number of computations required would increase (e.g. in the case of the performed computations, the number of runs of the computation program required for individual models would rise from the original 5 to  $5^8=40$ ). It is useful for a qualified statistical evaluation of modelling results to apply the Latin hypercubes method, which allows, compared to other common statistical methods (the Monte Carlo method, the point estimations of probability moments method, etc.), to achieve substantial savings in the computation time.

A more general conclusion can be made on the basis of a comparison of the results obtained by application of the Latin hypercubes method on the Mrázovka tunnel western tube at km 5.160 with the values measured and obtained by the deterministic computation that it is desirable to carry out at least a partial study of the effect of the rock mass parameters variability on the resulting behaviour of the structure. If the probability of achieving unfavourable values of deformations (or other monitored variables) is high, it is desirable to consider application of other adequate techniques (e.g. another type of the excavation sequencing, grouting, pre-lining systems) already in the designing phase.

This paper was elaborated in the framework of the solution of the research project MSM:21000003 "Development of algorithms of computer mechanics and their application in engineering".

Ke kvalifikovanému statistickému vyhodnocení výsledků modelování je výhodné využít metodu latinských hyperkrychlí, která vzhledem k ostatním běžně užívaným statistickým metodám (metoda Monte Carlo, metoda bodových odhadů momentů pravděpodobnosti atd.) umožňuje zásadní úsporu výpočetního času.

Z porovnání výsledků, které byly získány aplikací metody latinských hyperkrychlí na západní troubu tunelu Mrázovka v km 5,160, s hodnotami měřenými a získanými deterministickým výpočtem lze učinit obecnější závěr, že při výpočtu podobně náročných geotechnických konstrukcí je žádoucí provést aspoň částečnou studii vlivu proměnlivosti parametrů horninového masivu na výsledné chování konstrukce. Při vysoké pravděpodobnosti dosažení nepříznivých hodnot deformací (nebo jiných sledovaných veličin) je žádoucí zvážit již při návrhu použití adekvátních technologií (např. jiný typ členění výrubu, injektáže, PL- systémy).

Příspěvek byl zpracován v rámci řešení výzkumného záměru MSM: 210000003 „Rozvoj algoritmů počítačové mechaniky a jejich aplikace v inženýrství“.

## LITERATURA/REFERENCES

BARTÁK, J. - HILAR, M. (2001): Program Plaxis. Geotechnika, 2/2000, str. 8-11.  
BARTÁK, J. - PRUŠKA, J. - MACHÁČEK, J. - HILAR, M. (2001): Numerical Modelling of Underground Structures. Proceedings of Workshop FSv ČVUT Praha .

BARTÁK, J. - CHMELAR, R. - HILAR, M. (2001): Modelová analýza nadměrných deformací tunelu Mrázovka v oblasti severního portálu. Zakládání staveb, roč. XIII, č. 1/2001, str. 22-28.

BAŽANT, P. - LIU, K. L. (1985): Random Creep and Shrinkage in Structures: Sampling. Journal of Structural Engineering. ASCE, 111, 5, 1112-1134.

HILAR, M. (2000): Numerical Analysis of the Supporting Measures with Effect on the Tunnel Deformations (MSc. dissertation). Heriot-Watt University, Edinburgh, U.K.

HUDEK, J. (1999): Přehled geotechnických charakteristik ZTT tunelu Mrázovka - km 5,160. Zpráva IG průzkumu, PUDIS Praha.

HUDEK, J. - VOREL, J. (1999): Komplexní zhodnocení inženýrskogeologického průzkumu pro automobilový tunel Mrázovka. PUDIS Praha.

HUDSON, J. A.- HARRISON, J. P.: Rock Engineering Mechanics. Pergamon, UK, 1997, ISBN 0-08-041912-7.

PRUŠKA, J. (2001): Metody fuzzy a RES v podzemním stavitelství. Stavební obzor 10, č. 5/2001, str. 145-148.

| Výpočet<br>Computation                     | Celkové poklesy<br>Total settlement |                      | Poklesy štoly<br>Gallery settlement |                       | Poklesy bez vlivu štoly<br>Settlement without the gallery effect |                      |
|--|-------------------------------------|----------------------|-------------------------------------|-----------------------|--|----------------------|
|  | Povrch (mm)<br>Surface level        | Tunel (mm)<br>Tunnel | Povrch (mm)<br>Surface level        | Štola (mm)<br>Gallery | Povrch (mm)<br>Surface level                                     | Tunel (mm)<br>Tunnel |
| 1  | 79                                  | 107                  | 15                                  | 8                     | 64   | 99                   |
| 2  | 153                                 | 197                  | 29                                  | 14                    | 124  | 183                  |
| 3  | 92                                  | 125                  | 18                                  | 10                    | 74   | 115                  |
| 4  | 85                                  | 111                  | 15                                  | 8                     | 70   | 103                  |
| 5  | 134                                 | 171                  | 25                                  | 12                    | 109  | 159                  |
| $\bar{X}$ (průměr)<br>(average)            | 108,60                              | 142,20               | 20,40                               | 10,40                 | 88,20  | 131,80               |
| s (směr. odchylka)<br>(standard deviation) | 29,41                               | 35,61                | 5,64                                | 2,33                  | 23,80  | 33,31                |
| $\bar{X} + 2s$ (p=95,45%)                  | 167,42                              | 213,42               | 31,69                               | 15,06                 | 135,81   | 198,43               |
| $\bar{X} - 2s$ (p=95,45%)                  | 49,78                               | 70,98                | 9,11                                | 5,74                  | 40,59  | 65,17                |
| $\bar{X} + 2s$ (p=68,27%)                  | 138,01                              | 177,81               | 26,04                               | 12,73                 | 112,00   | 165,11               |
| $\bar{X} - 2s$ (p=68,27%)                  | 79,19                               | 106,59               | 14,76                               | 8,07                  | 64,40  | 98,49                |
| VAR X (rozptyl)<br>(standard deviation)    | 5,69                                | 6,22                 | 2,65                                | 1,75                  | 5,15   | 6,02                 |

Tab. 1 Výsledky pro ZTT km 5,160  
Table 1 Results for the WTT km 5,160